چکیده

در بررسی میزان درک دانش‌آموزان پایه دوم تجربی و ریاضی مقطع متوسطه از مباحثی همچون جمع و اندازه بردارها، برای مسائلی که در آن‌ها رسم نمودار و هندسه بردارها نقش اساسی دارد، آزمونی با ۷ پرسش آماده شد و در اختیار ۱۱۲ نفر از دانش‌آموزان پایه دوم تجربی و ریاضی دبیرستان‌های شهر تاکستان قرار گرفت. به‌دلیل کمبود وقت قادر به بررسی میزان درک آن‌ها از هندسهٔ بردارهای دوبعدی نشدیم اما در همین یک بعد، دانش‌آموزان رشتهٔ ریاضی درک بهتری نسبت به بردار، در مقایسه با دانش‌آموزان رشته تجربی، نشان دادند. البته در هر دو دسته، دانش‌آموزان زیادی در درک مفاهیم بردارها که کاربرد زیادی در فیزیک دارد دچار مشکل بودند.

کلیدواژه‌ها: آموزش فیزیک، جمع بردارها، اندازه بردارها، مشکلات مفهومی

مقدمه

بردارها و روش‌های محاسبهٔ برآیند آن‌ها که در برنامه درسی فیزیک متوسطه در سال دوم رشته‌های تجربی و ریاضی گنجانده شده است از اساسی‌ترین موضوع‌های مطرح شده در دوره‌های مقدماتی فیزیک است. مفهوم بردار به‌عنوان یکی از بنیادی‌ترین مفاهیم برای استفاده در نیروشناسی و حرکت‌شناسی و هم‌چنین الکتریسیته ساکن به‌کار برده می‌شود.

تجربه‌های آموزشی ما نشان داده است که درک ضعیف دانش‌آموزان از بردارها بیشتر ناشی از جنبه‌های گرافیکی (پرسشی که همراه با رسم شکل باشد) است و این خود مانعی در سر راه درک دانش‌آموزان از مفاهیم بعدی است.

تفسیر هندسی بردار ایده‌ای است که در برنامه‌های درسی فیزیک وجود دارد. به‌رغم برخوردهای قبلی دانش‌آموزان با مفهوم بردار در درس ریاضی، سردرگمی‌های بسیار زیادی در مورد مفاهیم بنیادی بردارها وجود دارد و همین عاملی برای این تحقیق شد. ما تصمیم گرفتیم که یک تحقیق نظام‌مند در مورد

پژوهشی

مشکلات یادگیری مفاهیم اولیه جبر برداری

دانش‌آموزان سال دوم رشته ریاضی و تجربی

نسرین طاهری اصغری

تاکستان، دبیرستان فاطمهٔ زهرا و مدرس دانشگاه آزاد اسلامی

مجتبی جهانی‌فر

چهارمحال و بختیاری، روستای جوانمردی، دبیرستان ۱۷ شهریور

میزان درک دانش‌آمـوزان در مورد جمع بردارها، اندازه و جهت آن‌ها انجام دهیم. به همین منظور در ادامه سه هدف زیر را دنبال خواهیم کرد:

۱. تفسـیر درک تصویـری دانش‌آمـوزان از قواعد بنیادی بردارها، مثل قواعد جمع و تفریق و اندازه بردارها (جبر بردارها)

۲. بررسی مشکلات یادگیری دانش‌آموزان از مفاهیم بنیادی بردارها

۳. مقایسـه میزان درک دانش‌آموزان رشـته‌های تجربی و ریاضی بـا یکدیگر و نیز تجربه‌های آن‌هـا در یادگیری مفاهیم بنیادی بردار

پیشینه پژوهش

پژوهش‌های رولاند نایت (۱۹۹۵) بر این موضوع تأکید دارد و اظهار می‌کند: ماهیت بـرداری نیروها، میدان‌ها و کمیت‌های برداری نیازمند آن است که دانش‌آموزان درک درستی از مفاهیم بنیادی بردار داشـته باشند تا بتوانند در سطح مقدماتی فیزیک موفق شـوند (۱). نایت اشـاره می‌کند که وی یک آزمون درک برداری را طراحی و برای اولین بار قبل از شروع آموزش، در بین دانشجویانی که در دوره حسابان محور فیزیک مشغول تحصیل بوده‌اند اجرا نموده اسـت. وی اضافه می‌کند که بیشتر مشکلات مشـاهده شده از نتایج این آزمون روی جنبه‌های جبری بردارها متمرکز بوده است.

یکی دیگر از تحقیقات قابل ملاحظه در این زمینه توسـط استیون کانیم (۱۹۹۹) (۲) انجام شده است. او درک دانشجویان از مفهـوم بردار را در متن نیروهـای الکتریکی و میدان‌ها مورد بررسـی قرار داده اسـت. مورد دیگر خوزه آگویره (۱۹۸۸) (۳) و گراهام رانکین (۱۹۸۹) (۴) هسـتند کـه به مطالعهٔ ایده‌های شاگردان در مورد بردارهای سینماتیکی پرداخته‌اند. البته بحث اصلی آن‌ها در مورد ارتباط بین سـرعت، شـتاب و نیرو است؛ و بالاخره اوریتز و همکاران مشکلات یادگیری شاگردان را در مورد عملیات برداری (مانند ضرب داخلی و خارجی) مورد مطالعه قرار داده‌اند((۵).

در کشـور مـا تاکنـون پژوهشـی در زمینهٔ میـزان درک دانش‌آموزان درباره مفاهیم برداری به‌طور رسـمی منتشر نشده اسـت؛ به همین منظور تحلیل‌ها و مقایسـه‌های ارائه شده این پژوهـش مبتنـی بر پژوهش‌هایی اسـت که در خـارج از ایران و آن هـم نه با محوریت دانش‌آموزان دبیرسـتان بلکه با حضور دانشجویان رشته‌های فیزیک صورت گرفته است.

روش‌ها و ابزار پژوهش

مـا آزمونی شـامل ۷ مسـئله را در مورد بردارها به شـکل گرافیکی طراحی نمودیم که این پرسش‌ها را دنبال خواهند کرد که آیا دانش‌آموزان به درسـتی بردارهـای با جهت و مقدارهای یکسـان را می‌شناسند و آیا می‌توانند بردارها را در یک و دو بعد با هم جمع کنند؟ در ۵ پرسـش از دانش‌آموزان خواسته شده تا از بین پاسخ‌های داده شده گزینه یا گزینه‌هایی را انتخاب کنند و در مورد پاسخ خود توضیحاتی ارائه دهند. در دو پرسش دیگر (پرسـش ۳ و ۷) به آن‌ها امکان انتخاب داده شـده اسـت. در ۴ مسئله از آنان خواسته شده تا در مورد کار خود توضیح دهند.

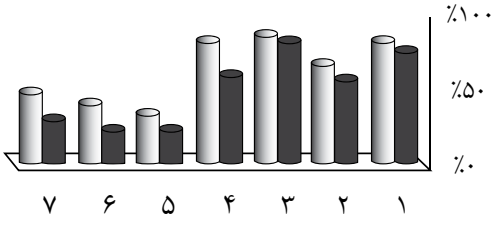
این آزمون تشـخیصی برای دانش‌آموزان سال دوم تجربی (گروه ۱) و ریاضی (گروه ۲) در سال تحصیلی ۹۱-۹۰ به مرحله اجرا درآمد.

در نمونه‌هـای مـورد نظـر، ارزیابـی از دانسـته‌های قبلی دانش‌آموزان انجام نشـد. اما این فرض صـادق بود که همهٔ این دانش‌آموزان از قبل با مفهوم بردار در درس ریاضی دوره راهنمایی آشنایی دارند.

این آزمون قبل از آموزش بردارها به مرحلهٔ اجرا در آمد و به دانش‌آموزان گفته شد که نمرهٔ این آزمون هیچ تأثیری در نمرهٔ کلاسی‌شـان ندارد و فقط به این منظور اجرا می‌شـود که معلم بتواند ایدهٔ بهتری نسـبت به دانش اولیه آن‌ها از بردارها داشـته باشد. پاسخ‌های هر پرسش به صورت صحیح - غلط نمره‌گذاری شد.

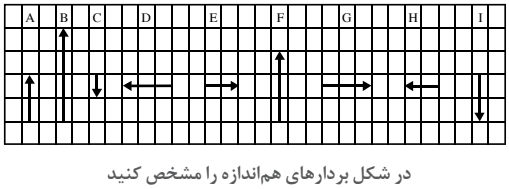
اجرای آزمون و گردآوری‌داده‌ها

نمودار ۱، درصد پاسخ‌های درست دانش‌آموزان هر دو رشته ریاضی و تجربی به هر پرسش را نشان می‌دهد. اکنون با جزئیات بیشتر پاسخ‌های دانش‌آموزان را مورد بررسی قرار می‌دهیم.



نمودار ۱: مقایسه عملکرد دوم ریاضی و تجربی در تک تک پرسش‌ها

پرسش ۱: بزرگی بردار: شکل ۱، پرسش ۱ مطرح شده در آزمون را نشان می‌دهد.

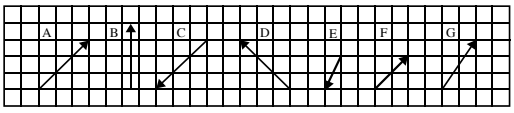


در شکل بردارهای هم‌اندازه را مشخص کنید

شکل ۱: پرسش شماره ۱ آزمون بردارها

در هر دو گروه به این پرسش درصد بالایی پاسخ درست داده شده است. (۶۳ درصد تا ۸۷ درصد) با این حال بیش از یک‌سوم دانش‌آموزان در گروه ۱ به این پرسش پاسخ درست نداده‌اند که نشان می‌دهد دانش‌آموزان حتی درک اولیه‌ای از این ویژگی اصلی بردارها ندارند. اشتباه رایج دانش‌آموزان این است که تصور می‌کنند تنها بردارهایی اندازه مساوی دارند که یا موازی باشند و یا در خلاف جهت یکدیگر. (به‌عنوان مثال D=G را انتخاب نموده‌اند در صورتی که D=F=G)

پرسش ۲: جهت بردار: شکل ۲، پرسش شماره ۲ را نشان می‌دهد.



در شکل تمام بردارهایی را که جهت مشابه با بردار A دارند مشخص کنید. اگر پاسختان هیچ کدام است توضیح دهید چرا؟

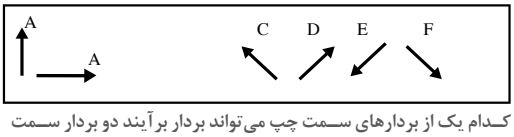
شکل ۲: پرسش شماره ۲ آزمون بردارها

تغییر هندسی بردار ایده‌ای است که در برنامه‌های درسی فیزیک وجود دارد. به‌رغم برخوردهای قبلی دانش‌آموزان با مفهوم بردار در درس ریاضی، سردرگمی بسیار زیادی در مورد مفاهیم بنیادی بردارها وجود دارد

تعداد قابل توجهی از دانش‌آموزان در هر دو گروه اشتباهاتی در این پرسش داشتند. (۲۳ درصد - ۴۵ درصد پاسخ‌ها غلط است).

یک اشتباه رایج در پاسخ‌های نادرست آن است که به جای انتخاب F به تنهایی، هر دو بردار F و G را انتخاب کرده‌اند. هدف از پرسش این بود که برای هم‌جهت بودن بردارها موازی بودن آن‌ها الزامی است و پاسخ‌های نادرست شاید نشان دهد که آن‌ها نمی‌دانند چگونه دو بردار موازی را از هم تشخیص دهند. این جواب نادرست ۲۰ درصد از کل پاسخ‌هاست. (تقریباً نیمی از پاسخ‌های نادرست). تعداد قابل توجهی از دانش‌آموزان به این پرسش، پاسخ «هیچ‌کدام» داده‌اند. این پاسخ‌ها ۱۱ درصد کل پاسخ‌ها در دورهٔ ریاضی است. آن دسته از دانش‌آموزان که پاسخ «هیچ‌کدام» را انتخاب کرده‌اند اغلب توضیح داده‌اند که همهٔ زاویه‌ها یا شیب‌ها متفاوت است، به‌رغم اینکه شبکه‌بندی وجود دارد و به آن‌ها اجازه می‌دهد که زاویه‌ها را محاسبه نمایند. دیگر گزینه‌ای که در پاسخ‌های دانش‌آموزان مکرر ذکر شده بردار C است که معادل بردار A با جهت مخالف است (A-).

پرسش ۳: جمع بردارها به صورت کیفی: در شکل ۳، پرسش شماره ۳ آورده شده است.

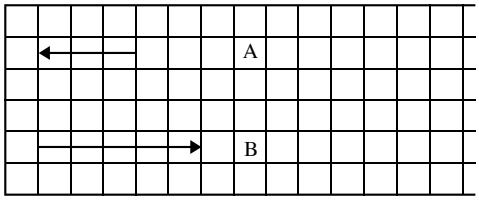


کدام یک از بردارهای سمت چپ می‌تواند بردار برآیند دو بردار سمت راست باشد؟ (با ذکر دلیل)

شکل ۳: پرسش شماره ۳ آزمون بردارها

عملکرد همهٔ دانش‌آموزان در همهٔ دوره‌ها با ۸۳ درصد - ۹۶ درصد پاسخ صحیح خیلی خوب بود. با این حال از دانش‌آموزان خواسته شده بود که برای پاسخ‌هایشان توضیح بنویسند، چرا که به‌طور واضح عملکرد دانش‌آموزان در پرسش‌های ۴ و ۵ قویاً مبتنی بر آن است که آن‌ها در رسیدن به پاسخ پرسش ۳ از چه الگوریتم اشتباهی استفاده کرده‌اند. به‌دلیل استفاده از این الگوریتم که به سردرگمی زیاد در جمع بردارها مربوط است، به نظر می‌رسد که پرسش ۳ به تنهایی ملاکی برای ارزیابی درک دانش‌آموزان از این عملگر نیست.

سؤال ۴: جمع یک‌بعدی بردارها: شکل ۴، پرسش شماره ۴ و شکل ۵ اشتباهات رایج دانش‌آموزان را نمایش می‌دهند.

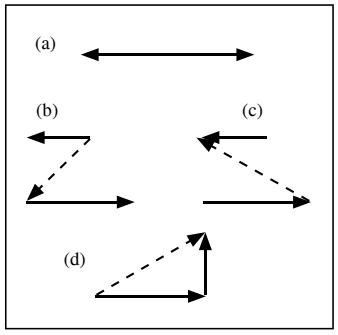


بردار برآیند را برای بردارهای شکل بالا بکشید. در مورد نحوه عملکرد خود توضیح دهید.

شکل ۴: پرسش شماره ۴ آزمون بردارها

شکل ۴: پرسش شماره ۴ آزمون بردارها

عملکرد دانش‌آموزان رشته ریاضی در پرسش ۴ بسیار خوب بود: ۸۴ درصد - ۹۲ درصد پاسخ صحیح؛ با این حال بخش قابل ملاحظه‌ای از دانش‌آموزان رشتهٔ تجربی قادر به حل آن نبودند: ۵۸ درصد - ۷۳ درصد پاسخ درست. (۱۹ درصد از کل پاسخ‌های نادرست)

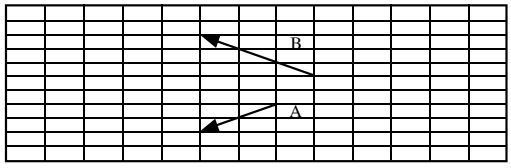


شکل ۵: اشتباه‌های رایج در برگه‌های پاسخ‌نامه آزمون

یکی از اشتباه‌های دانش‌آموزان این بود که همانند شکل 5a با قرار دادن دو ابتدای بردارها روی هم بردار برایند را به‌دست آورده بودند. اغلب این بردارها طولشان ۸ خانه است اما دلیل این پاسخ آن است که بیشتر دانش‌آموزان تصوری که

از بردار برایند دارند آن است که این بردار باید از دو بردار دیگر بزرگ‌تر باشد؛ به همین دلیل R را از انتهای بردار Aبه انتهای B رسم می‌کنند. اشتباه رایج دیگر در رشتهٔ تجربی (۲۳ درصد از پاسخ‌های نادرست) این است که نتایج را افقی نشان می‌دهند با اندازه و جهت نادرست. بسیاری از دانش‌آموزان نتایج موّربی به‌دست آورده‌اند؛ این پاسخ‌ها ۲۰ درصد - ۳۶ درصد از جواب‌ها را شامل می‌شوند. بسیاری از دانش‌آموزان توضیحی برای کار خود نداشتند. اما افرادی که به‌طور خاص نمودار ساده‌ای از کار خود رسم کرده‌اند در شکل ۵ نشان داده شده است. گاهی اوقات این دانش‌آموزان توضیح داده‌اند که از روش «نوک به دم» یا کلمات «به که اثر می‌کند» استفاده کرده‌اند. یعنی آن‌ها روش کلی جمع بردارها که روش «ابتدا به انتها» یا همان «روش نوک به دم» را در ذهن دارند اما نحوهٔ استفاده از آن را نمی‌دانند و یا با اجرای این روش بردار برایندی که به‌دست می‌آورند با تصور ذهنی خود که بردار برایند باید بزرگ‌تر باشد هم‌خوانی نداشته و آن را نادرست می‌دانند. عملکرد دانش‌آموزان در پرسش ۴ به خوبی پرسش ۳ نیست، به‌ویژه در رشته تجربی.

پرسش ۵: جمع دوبعدی بردارها: در شکل ۶، پرسش ۵ آورده شده است.

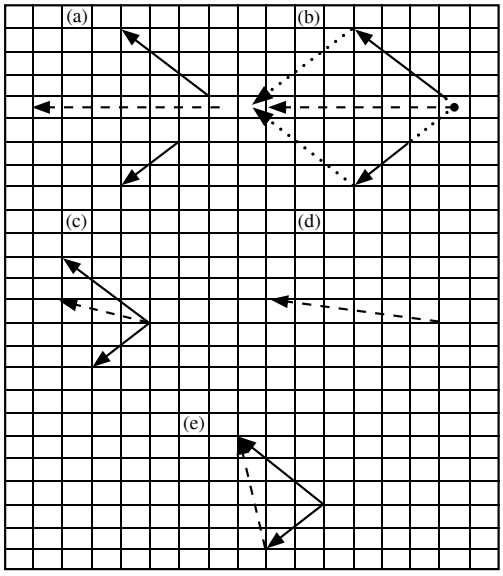


در شکل بردار برآیند دو بردار داده شده را رسم کنید

شکل ۶. پرسش شماره ۵ آزمون بردارها

اکثر مسئله‌های موجود در برنامه درسی فیزیک عمومی که شامل مقادیر برداری است نیازمند درک درستی از این عملیات اساسی است. ما دریافتیم که بیشتر دانش‌آموزان در رشته ریاضی به این پرسش پاسخ درست داده‌اند (۵۸ درصد - ۷۳ درصد)، اما تعداد کمی از دانش‌آموزان در رشته تجربی توانسته‌اند آن را درست حل کنند (۲۲ درصد - ۴۴ درصد)

اشتباه‌های رایج در گروه‌ها رسم بردار برایند در امتداد محور افقی (یا تقریباً همانند آن) با جهت رو به چپ است (شکل ۷a). اگرچه تعدادی از دانش‌آموزانی که این اشتباه را کرده‌اند در تعیین مؤلفه افقی بردار برایند موفق بوده‌اند (۵ خانه‌ای و به سمت چپ) اما این را درک نکرده‌اند که مؤلفه‌ای از بردار برایند یک خانه به سمت بالا دارد. بسیاری از نمودارهایی که دانش‌آموزان برای حل این مسئله رسم کرده‌اند با توجه به این مطلب بوده که بردارهای A و B رأس مشترکی دارند. این پاسخ‌ها تلاشی است برای اجرای قانون جمع به روش متوازی‌الاضلاع. بعضی از دانش‌آموزان از الگوریتم‌های خیلی ساده‌ای استفاده می‌کنند (شکل ۷c) که نتیجهٔ آن برداری است با مؤلفهٔ عمودی صحیح و جهت به سمت چپ اما مؤلفهٔ افقی نادرست. اگرچه یک مثال خاص از این پاسخ‌ها در شکل ۷d نشان داده شده است مقادیر مؤلفه‌های افقی در پاسخ دانش‌آموزان بسیار گسترده است. نمی‌دانیم آن‌ها چگونه مؤلفهٔ عمودی درستی رسم می‌کنند در حالی که مؤلفه افقی نادرستی دارند. به‌نظر می‌رسد که موقعیت دو بردار A و B که یکی در بالا و دیگری در پایین آن است، در رسیدن به این نتیجه کمک می‌کند.



شکل ۷: اشتباه‌های رایج در جمع دوبعدی بردارها

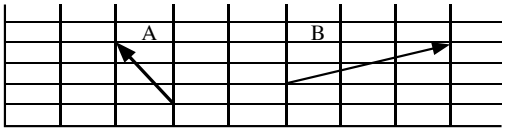
قابل توجه است که در بسیاری از موارد دانش‌آموزان از قانون جمع متوازی‌الاضلاع استفاده کرده‌اند اما در رسیدن به جواب موفق نبوده‌اند. و شکل‌های ۷b یا ۷c به‌وجود آورده‌اند یا اشتباهاتی در رسم متوازی‌الاضلاع داشته‌اند. بسیاری از دانش‌آموزانی که بردار برایند را شبیه شکل ۷aو ۷dرسم کرده‌اند، در توضیح کار خود شکلی رسم نکرده‌اند. بنابراین نمی‌توانیم مطمئن باشیم که آن‌ها الگوریتم مشابهی برای به‌دست آوردن نتایج داشته‌اند.

اشتباه رایج دیگر در این پرسش ناشی از اشتباه به‌کار بردن الگوریتم «نوک به نوک» است. در این روش برای رسم بردار برایند، ابتدای این بردار را در نوک بردار A و انتهای آن را در نوک بردار B قرار می‌دهند و یا برعکس (این اشتباه توسط

نایت هم مورد بررسی قرار گرفته است). در این مورد تفسیر پاسخ‌های دانش‌آموزان بدون ابهام انجام شده است، زیرا نمودارهایشان به وضوح الگوریتمی را که به‌کار برده‌اند نشان می‌دهد. دو نوع اشتباه وجود دارد: یا بردارها از همان ابتدا رأس مشترکی دارند (شکل ۷e) که این روش باعث به‌وجود آمدن بردار B-Aخواهد شد، و یا اینکه آن‌ها با تصوری که از جابه‌جایی دارند بردارها را همانند جابه‌جایی در نظر گرفته و بردار برایند را همانند به‌دست آوردن جابه‌جایی به‌دست می‌آورند. این پاسخ‌ها را ۹ درصد از دانش‌آموزان تجربی و ۶ درصد از دانش‌آموزان ریاضی داده‌اند.

همان‌طور که در مورد پرسش‌های ۳ و ۴ بیان شد تعداد پاسخ‌های درست به پرسش ۳ بیشتر از پرسش ۴ بود. اکنون می‌بینیم که این پاسخ‌ها از پاسخ‌های داده شده به پرسش ۵ به مراتب بیشتر است. با در نظر گرفتن مسیر رسیدن به پاسخ پرسش ۳ که استفاده از الگوریتم نادرست تفریق بود، دریافتیم که پرسش ۳ ارزشی برای سنجش دانش دانش‌آموزان از جمع برداری ندارد.

پرسش ۶: تفریق دوبعدی بردارها: شکل ۸، پرسش ۶ مطرح شده در آزمون را نشان می‌دهد.



در شکل بردار R که برآیند دو بردار A و B است و بردار A داده شده‌اند. بردار B را رسم کنیم. نحوه کار را توضیح دهید.

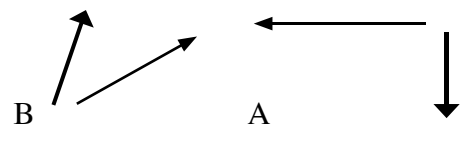
شکل ۸: پرسش شماره ۷ آزمون بردارها

این پرسش در اصل با همان الگوریتم به‌کار برده شده برای پرسش ۵، همراه با بعضی دستکاری‌های جبری و دانستن اینکه چگونه A- را از A می‌توان به‌دست آورد قابل حل است. دانش‌آموزان «از دم یکی از بردارها تا نوک بردار دیگر» را به‌عنوان الگوریتمی از جمع بردارها حفظ کرده‌اند، اما قادر به تعمیم این ایده به مسئله تفریق نیستند. در نتیجه انتظار می‌رود که عملکرد روی پرسش ۶ کمتر از ۵ باشد، که درواقع نیز چنین است. اگرچه تفاوت بسیار کم بود ۴- ۵ درصد در رشتهٔ ریاضی. ۸۳ درصد از دانش‌آموزانی که به پرسش ۵ درست پاسخ داده‌اند به پرسش ۶ نیز پاسخ درست داده‌اند. به همین ترتیب ۸۹ درصد از آن‌هایی که پرسش ۶ را به درستی جواب داده‌اند پرسش ۵ را نیز درست حل کرده‌اند. این مطلب نشان می‌دهد که برای دانش‌آموزان رشته ریاضی پرسش ۵ و ۶ می‌تواند نشانه‌ای از درک دانش‌آموزان از جمع بردارها در دو بعد باشد.

در مقابل، در رشته تجربی، تنها ۶۷ درصد از دانش‌آموزانی که به پرسش ۵ پاسخ درست داده‌اند به پرسش ۶ نیز پاسخ درست داده‌اند. از دانش‌آموزانی که به پرسش ۶ پاسخ صحیح داده‌اند ۸۳ درصد پرسش ۵ را پاسخ داده‌اند. بنابراین برای دانش‌آموزان در رشته تجربی پرسش ۶ به میزان قابل توجهی مشکل‌تر از پرسش ۵ است (به ازای P< ۰/۰۰۱ براساس آزمون z برای تفاوت بین ضریب همبستگی (۸)). در این مورد این دو پرسش بیانگر فهم دانش‌آموزان نیست، به این دلیل که حل درست پرسش ۶ با عملکرد بهتر در این زیرمجموعه دو پرسشی ارتباط دارد.

پاسخ‌های نادرست به پرسش ۶ طیف گسترده‌ای دارد. بسیاری از توضیح‌های دانش‌آموزان آشکارا نشان می‌دهد که آن‌ها برای پیدا کردن B از روی R سعی کرده‌اند که R تا حدودی میانگین A و B بماند با این حال عدم داشتن یک الگوریتم برای این هدف دانش‌آموزان را وادار به حدس زدن بردار B نموده است. پاسخ رایج در رسم بردار B این بود که بردار B را یک بردار افقی (مؤلفه عمودی = ۰) با جهت به سمت راست رسم کرده است. یک‌چهارم از پاسخ‌های نادرست این‌چنین بود. بردارهای رسم شده یا انتهایشان روی انتهای A بود و یا در اغلب موارد بردارهای جداشده‌ای در فضای خالی سمت راست A و B رسم شده بود. بسیاری از دانش‌آموزان استدلال‌هایشان را توضیح نداده بودند اما برخی از توضیح‌ها به وضوح نشان دهنده چنین تفکری است که «R باید ترکیبی از A و B باشد. بنابراین من باید سعی کنم که آن بین A و B قرار گیرد»، «اندازهٔ A و B با هم برابر است، بنابراین جهت بردار برایند باید دقیقاً بین آن‌ها باشد». به‌طور کلی، تعداد بسیار زیادی از دانش‌آموزان که به این پرسش پاسخ نادرست داده‌اند درک کرده‌اند که B باید مؤلفه افقی مثبتی داشته باشد اما قادر به تعیین مقدار آن نیستند.

پرسش ۷: مقایسه مقدار برایند: شکل شماره ۹ نشان‌دهنده پرسش ۷ است.



اندازه بردار برآیند جفت بردار سمت چپ و راست را با هم مقایسه کنید، بزرگ‌تر است؟ مساوی است؟ کوچک‌تر است؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید.

شکل ۹: پرسش شماره ۷ آزمون بردارها

ایـن پرسـش کاربـرد دیگـری از جمـع بردارهـا برای دانش‌آموزانی اسـت که احتمالاً الگوریتـم خاصی را در ذهن خـود دارند. بدون هیـچ منبع قابل دسترسـی، دانش‌آموزان روش محاسـبهٔ سر راسـتی برای حل پرسـش ۵ و ۶ ندارند بنابراین تنها پاسخ کیفی در پرسش ۷ فراهم شده است.

در هر صورت تنها گروهی که عملکرد آن‌ها در پرسش‌های ۵ و ۷ اختـلاف بیش از ۵ درصد داشـت دانش‌آموزان ریاضی بودنـد. آن‌ها به پرسـش ۷، ۳۵ درصد پاسـخ صحیح دادند، در مقایسـه با پرسـش ۵ کـه ۲۲ درصد پاسـخ صحیح داده بودند. با این حال جالب اسـت توجه کنیـم که ۲۳ درصد از دانش‌آموزان تجربی که پرسـش ۵ را با موفقیت حل نموده‌اند پاسخ نادرستی به پرسش ۷ داده‌اند، به نظر می‌رسد که فقدان مهـارت الگوریتمیِ برتـری در دانش‌آموزان ایـن گروه برای ترجمه (بازگردانی) موقعیت در چنین شبکه‌ای وجود ندارد.

بسـیاری از دانش‌آموزانی که پاسـخ صحیح به پرسش ۷ داده‌اند توضیح رضایت‌بخشـی برای جوابشـان ذکر کرده‌اند. اغلب آن‌ها نموداری که نشـان‌دهندهٔ اسـتفاده آن‌ها از روش متوازی‌الاضـلاع یا روش نوک به دم برای نشـان دادن اینکه $R_a<R_b$ اسـت اسـتفاده کرده‌اند. در بیـن دانش‌آموزانی که پاسـخ نادرسـتِ «برایند دو جفت بردارها برابر هسـتند» را داده‌اند اغلب استدلالشـان این است که «بردارهای دسته A و B دارای اندازه‌های برابر هسـتند» و گاهی اوقات به اشتباه قاعـده فیثاغورس را برای جفت بردارهای B به‌کار برده‌اند. در گروه اول نسـبت پاسـخ «مساوی اسـت» و «بزرگ‌تر است» تقریباً ۱-۱ اسـت. اما در گروه دوم این نسـبت ۳-۲ اسـت. پاسخ «بزرگ‌تر از» معمولاً با «زاویه رأس بزرگ‌تر» یا «تحت پوشـش قرار دادن مسـاحت زیاد» در نمودار A توجیه شده است. به‌عنوان نمونه مثال‌هایی ذکر می‌شود: «A بزرگ‌تر است زیرا بردارهای آن‌ها بیشـتر از هم جدا هستند»؛ «A بزرگ‌تر است زیرا زاویه بین بردارهای آن بزرگ‌تر است.»

بحث بر روی‌داده‌ها و نتایج آزمون

ایـن پژوهـش میـزان درک مفاهیـم تصویـری بـردار را - همچـون انـدازه بردارها و جمع هندسـی آن‌ها به روش مثلث و متوازی‌الاضلاع - مورد بررسـی قرار داده است، البته دانش‌آمـوزان دوم تجربـی و ریاضی در ایران بـا این مفاهیم آشـنایی کلی دارند و آوردن آن در ابتـدای درس فیزیک ۲، هم به‌عنوان یادآوری و هم به‌عنوان مقدمه‌ای برای ورود بردار به پیش‌دانسـته‌ها و پیش‌سازمانده‌های فیزیکی آن‌هاست که البته یادگیری بردار پیش‌نیازی هم خواهد بود برای آموختن مباحث حرکت‌شناسی و نیروشناسی آن‌ها.

بـا این پژوهش دریافتیم که درصد بالایی از دانش‌آموزان در نمونه‌های بررسـی شده، مشـکلات جدی و گیج‌کننده‌ای بـا مفهوم‌های نمـوداری و تصویری بردارها دارنـد و با اینکه مبحث بردارها برای آن‌ها جدید نیست آن‌ها با آن نه به‌عنوان یک مبحث فیزیک، بلکـه به‌عنوان یک مبحث ریاضی روبه‌رو شده‌اند و به نظر می‌رسد حداقل توانایی را برای جمع هندسی بردارها داشـته باشند. بیش از یک‌چهارم دانش‌آموزان قادر به توضیح و درک صحیح از برخی مفاهیم پایه و اساسی نبودند.

این در حالی اسـت که دانش‌آموزان، هم در رشته تجربی و هم در رشـته ریاضـی، در فصل‌های بعدی، یعنی فصل‌های دوم و سـوم، نیازمند این مفاهیم‌اند و فراوان از آن‌ها استفاده می‌کنند.

تعدادی از پرسـش‌های آزمون، اهـداف کوچک و جزیی در مبحث بردار را می‌سـنجید و چنین به نظر می‌رسـید که بسـیاری از دانش‌آموزان در حل ۲ یا ۳ مسـئله از این آزمون موفق نیستند، آن‌ها دانش پیش‌سازمانده کافی برای حل این مسـائل را یا نداشـتند یا به‌دلیل بدفهمی و کج‌فهمی مسئله را به‌درسـتی پاسـخ نمی‌دادند. به‌عنوان مثال دانش‌آموزان با وجـود اینکه قادر بـه بیان روش متوازی‌الاضـلاع برای جمع بردارهـا بودند اما در برخی موارد نمی‌توانسـتند به صراحت، دقیق و بدون اشکال از آن در جمع هندسی دو بردار استفاده کنند. به‌طور مکرر در برگه‌های آزمون مشـاهده می‌شـود که دانش‌آمـوزان به‌طور دقیق انـدازه و جهت بردار را برای جمع هندسـی باز رسـم نمی‌کنند ضمن اینکه در مفهوم جمع در اینکـه دم کـدام بردار را بر نـوک کدام بـردار منطبق کنند مطمئن نیستند.

چنین به نظر می‌رسـد که دانش‌آمـوزان، دانشِ کمی از مفاهیم برداری را از دورهٔ راهنمایی به متوسطه آورده‌اند و در اینجـا با اندکی تغییر جزیی و البته از یاد بردن بعضی مفاهیم پایـه آن را به‌کار می‌گیرند. برخی دانش‌اموزان یک احسـاس غریزی و ذاتی در مورد اینکه بردارها باید چگونه جمع شـوند دارنـد، پرواضح اسـت که این شـهود را از مبحـث نیروها و جابه‌جایی کسـب کرده‌اند. با وجود اینکه در این آزمون هیچ نامی از نیرو و جابه‌جایی برده نشـده اما بیشـتر دانش‌آموزان از زبـان دینامیک برای شـرح جمع یـا انـدازه بردارها بهره جسته‌اند، مثلاً اینکه این بردار آن یکی را هل می‌دهد یا اینکه این دو بردار برخلاف همدیگر نیرو وارد می‌کنند و توضیحاتی از این دست. در بسیاری موارد دانش‌آموزان بدون اینکه مقدار عددی درسـتی پیدا کنند به درسـتی می‌توانستند جهت را حدس بزنند.

به‌نظر می‌رسـد بیشـترین اشـتباه دانش‌آموزان در کار

دانش‌آموزان در استفاده از اصول بردار از همان شواهدی استفاده می‌کنند که در درس‌های حرکت‌شناسی و نیروشناسی آموخته‌اند و هنوز مایل هستند به‌صورت شهودی اصول آموخته شده در مکانیک را برای درک بردارها به‌کار برند

هندسی با بردارها به‌خاطر یک کج‌فهمی عمومی در همه آن‌هاست و آن اینکه بردارها برای اینکه با هم جمع شوند در فضا حرکت می‌کنند و اندازه‌شان زیاد می‌شود؛ اما جهت آن‌ها تغییر نخواهد کرد. ما به این نکته شک کردیم که بیشتر این کج‌فهمی‌ها به‌خاطر نداشتن مفهومی واضح و عملی از زاویه و جهت و شیب است.

چنان که در مقدمه اشاره شد تنها تعداد کمی گزارش در رابطه با درک دانش‌آموزان از مفهوم بردار منتشر شده است و مجبوریم نتایج کار خود را با گزارش نایت (۱) مقایسه کنیم، پرسش شماره ۵ آزمون VKT[1] با پرسش‌های آزمون ما مشابه است، در آن پژوهش تنها ۴۳ درصد از دانشجویان قادر به پاسخگویی صحیح و مفهومی به پرسش ۵ بودند که در پژوهش ما این میزان برای رشته تجربی به ۳۹ و برای رشته ریاضی ۵۸ درصد اندازه‌گیری شده است.

مقایسه دیگر با گزارش استیون کانیم است که در آنجا بر نیروی خالص الکتریکی بیشتر تکیه شده (۲) و پرسش شماره ۷ آزمون ما شبیه به آن پرسش‌هاست، در دانشگاه‌های واشنگتن و ایلینویز ۷۰ درصد دانشجویان به پرسش پاسخ مثبت داده‌اند که این مقدار در پژوهش ما برای رشته ریاضی ۶۳ درصد و برای تجربی‌ها ۵۱ درصد گزارش شده است. اما به دلیل نبودن پژوهش با نمونه‌های دانش‌آموزی در داخل و خارج کشور قادر به مقایسه درست پژوهش‌ها نبودیم.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در پژوهش‌های گذشته که با موضوع بررسی میزان درک یادگیرندگان از مفاهیم بردار صورت گرفته نمونه آماری دانشجویان بودند نه دانش‌آموزان، اما با وجود این تفاوت به دلیل پایه‌ای و اساسی بودن بسیاری از پرسش‌ها هنوز هم دانشجویان همان‌گونه فکر می‌کنند و عمل می‌کنند که در زمان دانش‌آموزان بودن و در مراحل اولیه یادگیری فیزیک بودند. هنوز هم دانش‌آموزان دارای سواد ریاضی بالا، به خوبی از عهده پرسش‌ها برمی‌آیند و دانش‌آموزان علوم تجربی ضعیف‌تر عمل می‌کنند ضمن اینکه هر دو گروه در به‌کارگیری مفاهیم در فیزیک مقدماتی همانند هم عمل کرده و نواقص کاربست یادگیری آنچنان که گفته شد، هم‌چنان پابرجا هست.

آنچه در پژوهش ما به‌طور آشکار و واضح دیده شد به قرار زیر است:

* دانش‌آموزان در استفاده از اصول بردار از همان شواهدی استفاده می‌کنند که در درس‌های حرکت‌شناسی یا نیروشناسی خوانده‌اند و هنوز هم مایل هستند که به‌صورت شهودی اصول آموخته شده در مکانیک را برای درک بردارها به‌کار برند نه اصول و مفاهیم بنیادی بردارها را.

* در این پژوهش مشخص شد که هنوز در یادگیری مفهوم جهت بردار دچار مشکل هستند و نمی‌توانند به درستی درک کنند که یک بردار چگونه حرکت می‌کند و جایش تغییر می‌کند اما جهت و اندازه آن می‌تواند ثابت بماند و همان بردار باقی بماند. همچنین در چگونگی انتقال موازی این بردار برای اینکه ثابت بماند مشکوک هستند. بسیاری از دانش‌آموزان هنوز هم دربارهٔ به‌کارگیری دستور دم به روی نوک و اجرای روش متوازی‌الاضلاع برای جمع بردارها به‌صورت گیج و مبهم عمل می‌کنند.

* یک راه عملی برای نشان دادن جمع بردارها می‌تواند جمع به روش انجام جابه‌جایی‌ها باشد، بیشتر دانش‌آموزان بردار را جابه‌جایی یاد می‌گیرند و اصولاً بردار را به جای جابه‌جایی و جابه‌جایی را به جای بردار به‌کار می‌برند - همان مثال معروف که اگر ۶۰ متر به سمت شمال برویم و ۸۰ متر به سمت غرب مقدار جابه‌جایی را محاسبه کنید.

* راه عملی دیگر برای نشان دادن شیب و جهت درست به دانش‌آموزان استفاده از صفحه شطرنجی است. درواقع دانش‌آموزان هرگاه از این ابزار کمّی برای اندازه‌گیری استفاده می‌کنند کمتر دچار اشتباه و تردید می‌شوند. بسیاری از پاسخ‌های درست به مسئله شماره ۷ و تفاسیر درست ارائه شده به آن هنگامی بود که از صفحه شطرنجی استفاده می‌کردند و در نبود آن مجدداً با مفاهیمی همچون شیب و جهت دچار مشکل بودند.

* به‌عنوان یک پیشنهاد از پژوهش حاضر، توصیه می‌کنیم که زمان تدریس و وقفه معلمان بر روی مفاهیم بنیادی برای بردارها افزوده شود. می‌توانیم آزمون‌های مشابه و مواد آموزشی فراوان دیگری را برای بهبود این مفهوم پایه به‌کار ببریم. دیدیم که حرکت‌شناسی مبنایی برای یادگیری بردار شده است. در صورتی که بردارها و یادگیری آن‌ها باید پایه و اساس یادگیری حرکت‌شناسی بشود.

* این پژوهش به‌دلیل محدودیت، هم به‌خاطر تعداد کم دانش‌آموز و هم در اجرای مصاحبه، نتوانست اطلاعات دقیق‌تری را در اختیار بگذارد، ضمن اینکه مفاهیم دیگری چون ضرب بردارها و داشتن مختصه‌ها و مؤلفه‌های بردارها مورد بررسی قرار نگرفت.

پی‌نوشت

1. Roland Knight
2. Vector Knowledge Test

منابع

1. Randall D. Knight, "Vector knowledge of beginning physics students," Phys. Teach. 33, 74-78- 1995.
2. Stephen Emile Kanim, "An investigation of student difficulties in qualitative and quantitative problem solving: Examples from electric circuits and electrostatics," Ph.D. dissertation, University of Washington- UMI, Ann Arbor, MI, 1999!, UMI ≠ 9936436, Chaps. 6 and 7.
3. Jose M. Aguirre, "Student preconceptions about vector kinematics," Phys. Teach. 26, 212-216-1988!.
4. Jose M. Aguirre and Graham Rankin, "College students' conceptions about vector kinematics," Phys. Educ. 24, 290-294-1989.
5. Luanne G. Ortiz, Paula R. L. Heron, Peter S. Shaffer, and Lillian C. Mc- Dermott, "Identifying student reasoning difficulties with the mathematical formalism of rotational mechanics," AAPT Annoouncer 31-4!, 103-2001.
6. ACT, Inc., ACT research data at - www.act.org&
7. John Roche, "Introducing vectors," Phys. Educ. 32, 339-345-1997.
۸. دلاور؛ علی، **احتمالات و آمار کاربردی**، تهران، نشر رشد، (۱۳۸۹).
۹. دلاور؛ علی، **مبانی نظری و عملی پژوهش در علوم اجتماعی**، تهران، نشر رشد، (۱۳۸۹).